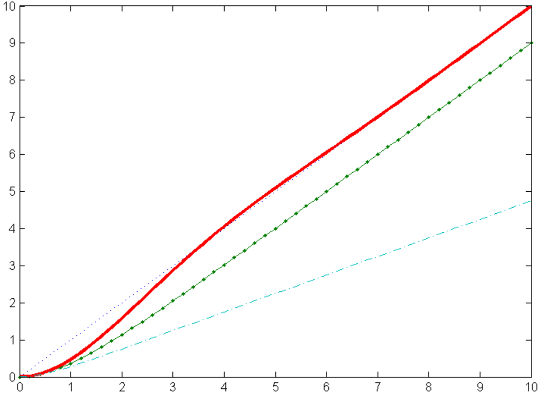
Automatique (AU3)

Précision des Systèmes Bouclés

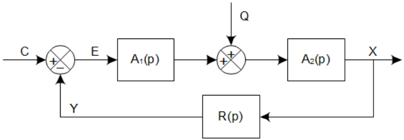
08 février 2010



(Réponse temporelle de trois systèmes à une rampe)

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :

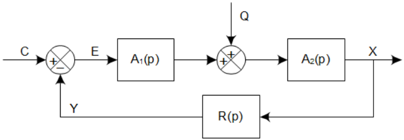


- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$
  - les variations de la perturbation $q(t)$

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :

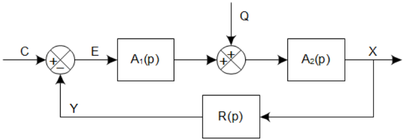


- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$
  - les variations de la perturbation $q(t)$

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :

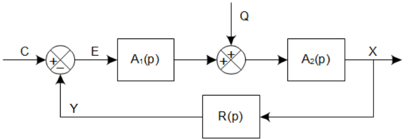


- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$
  - les variations de la perturbation $q(t)$

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :

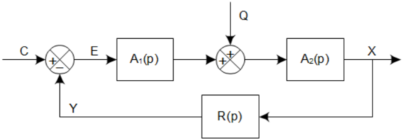


- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$
  - les variations de la perturbation $q(t)$

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :

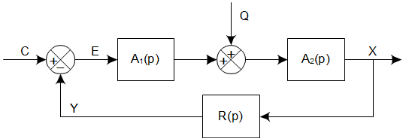


- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$
  - les variations de la perturbation $q(t)$

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :

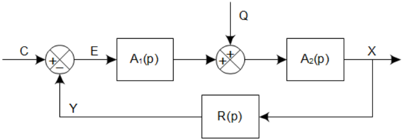


- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$
  - les variations de la perturbation $q(t)$

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :

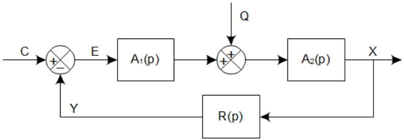


- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$ (asservissement)
  - les variations de la perturbation $q(t)$

Introduction et généralités (1)

Retour sur la boucle d'asservissement-régulation :



- c : consigne
- x : sortie
- q : perturbation
- y : mesure

- Définition de la précision :
  - étude de l'erreur $\varepsilon(t)$ entre la consigne et la mesure
  - dans l'idéal, $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t
- La précision est affectée par :
  - les variations de la consigne $c(t)$ (asservissement)
  - les variations de la perturbation $q(t)$ (régulation)

Introduction et généralités (2)

- Selon le régime de fonctionnement, on distingue :
  - la précision dynamique : régime transitoire ;
  - la précision statique : régime permanent (*écart permanent* ou *écart statique*)
- Selon le cas, on peut chercher à avoir :
  - une erreur statique nulle (pour un type d'entrée spécifié) ;
  - une erreur statique bornée ;
  - une erreur dynamique bornée ;
  - ...

Introduction et généralités (2)

- Selon le régime de fonctionnement, on distingue :
  - la précision dynamique : régime transitoire ;
  - la précision statique : régime permanent (*écart permanent* ou *écart statique*)
- Selon le cas, on peut chercher à avoir :
  - une erreur statique nulle (pour un type d'entrée spécifié) ;
  - une erreur statique bornée ;
  - une erreur dynamique bornée ;
  - ...

Introduction et généralités (2)

- Selon le régime de fonctionnement, on distingue :
  - la précision dynamique : régime transitoire ;
  - la précision statique : régime permanent (*écart permanent* ou *écart statique*)
- Selon le cas, on peut chercher à avoir :
  - une erreur statique nulle (pour un type d'entrée spécifié) ;
  - une erreur statique bornée ;
  - une erreur dynamique bornée ;
  - ...

Introduction et généralités (2)

- Selon le régime de fonctionnement, on distingue :
  - la précision dynamique : régime transitoire ;
  - la précision statique : régime permanent (*écart permanent* ou *écart statique*)
- Selon le cas, on peut chercher à avoir :
  - une erreur statique nulle (pour un type d'entrée spécifié) ;
  - une erreur statique bornée ;
  - une erreur dynamique bornée ;
  - ...

Introduction et généralités (2)

- Selon le régime de fonctionnement, on distingue :
  - la précision dynamique : régime transitoire ;
  - la précision statique : régime permanent (*écart permanent* ou *écart statique*)
- Selon le cas, on peut chercher à avoir :
  - une erreur statique nulle (pour un type d'entrée spécifié) ;
  - une erreur statique bornée ;
  - une erreur dynamique bornée ;
  - ...

Introduction et généralités (2)

- Selon le régime de fonctionnement, on distingue :
  - la précision dynamique : régime transitoire ;
  - la précision statique : régime permanent (*écart permanent* ou *écart statique*)
- Selon le cas, on peut chercher à avoir :
  - une erreur statique nulle (pour un type d'entrée spécifié) ;
  - une erreur statique bornée ;
  - une erreur dynamique bornée ;
  - ...

Introduction et généralités (2)

- Selon le régime de fonctionnement, on distingue :
  - la précision dynamique : régime transitoire ;
  - la précision statique : régime permanent (*écart permanent* ou *écart statique*)
- Selon le cas, on peut chercher à avoir :
  - une erreur statique nulle (pour un type d'entrée spécifié) ;
  - une erreur statique bornée ;
  - une erreur dynamique bornée ;
  - . . .

Précision statique des systèmes asservis

Étude de la précision $\Leftrightarrow$ calculer l'écart permanent $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$:

- d'après le théorème de la valeur finale :

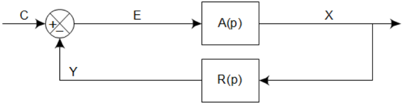
$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p)$$

- calculer l'expression de $E(p)$ en fonction de $C(p)$:

$$E(p) = \frac{1}{1 + FTBO} C(p)$$

Précision statique des systèmes asservis

On suppose ici que la perturbation est nulle :



Étude de la précision ⇔ calculer l'écart permanent $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$:

- d'après le théorème de la valeur finale :

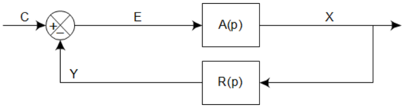
$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p)$$

- calculer l'expression de $E(p)$ en fonction de $C(p)$:

$$E(p) = \frac{1}{1 + FTBO} C(p)$$

Précision statique des systèmes asservis

On suppose ici que la perturbation est nulle :



Étude de la précision $\Leftrightarrow$ calculer l'écart permanent $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$:

- d'après le théorème de la valeur finale :

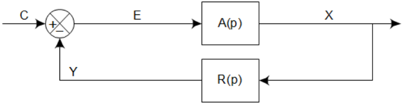
$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p)$$

- calculer l'expression de $E(p)$ en fonction de $C(p)$:

$$E(p) = \frac{1}{1+FTBO}C(p)$$

Précision statique des systèmes asservis

On suppose ici que la perturbation est nulle :



Étude de la précision $\Leftrightarrow$ calculer l'écart permanent $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$:

- d'après le théorème de la valeur finale :

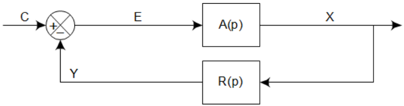
$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p)$$

- calculer l'expression de $E(p)$ en fonction de $C(p)$:

$$E(p) = \frac{1}{1+F(p)} C(p)$$

Précision statique des systèmes asservis

On suppose ici que la perturbation est nulle :



Étude de la précision $\Leftrightarrow$ calculer l'écart permanent $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$:

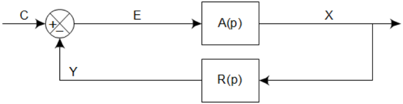
- d'après le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p)$$

- calculer l'expression de $E(p)$ en fonction de $C(p)$:

Précision statique des systèmes asservis

On suppose ici que la perturbation est nulle :



Étude de la précision $\Leftrightarrow$ calculer l'écart permanent $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$:

- d'après le théorème de la valeur finale :

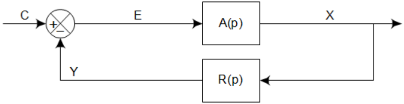
$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p)$$

- calculer l'expression de $E(p)$ en fonction de $C(p)$:

$$E(p) = \frac{1}{1+FTBO} C(p)$$

Précision statique des systèmes asservis

On suppose ici que la perturbation est nulle :



Étude de la précision $\Leftrightarrow$ calculer l'écart permanent $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$:

- d'après le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.E(p)$$

- calculer l'expression de $E(p)$ en fonction de $C(p)$:

$$E(p) = \frac{1}{1+FTBO}C(p)$$

Formes générales des fonctions de transfert

Expression de la FTBO

On pose :

$$FTBO = \frac{K}{p^n} G(p) \text{ avec } G(0) = 1$$

- n : classe du système (« nombre d'intégrateurs libres »)
- K : gain
  - $n = 0 \rightarrow$ gain statique
  - $n = 1 \rightarrow$ gain en vitesse
  - $n = 2 \rightarrow$ gain en accélération

Expression de l'écart

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p^n} G(p)} C(p)$$

Formes générales des fonctions de transfert

Expression de la FTBO

On pose :

$$FTBO = \frac{K}{p^n} G(p) \text{ avec } G(0) = 1$$

- n : classe du système (« nombre d'intégrateurs libres »)
- K : gain
  - $n = 0 \rightarrow$ gain statique
  - $n = 1 \rightarrow$ gain en vitesse
  - $n = 2 \rightarrow$ gain en accélération

Expression de l'écart

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p^n} G(p)} C(p)$$

Formes générales des fonctions de transfert

Expression de la FTBO

On pose :

$$FTBO = \frac{K}{p^n} G(p) \text{ avec } G(0) = 1$$

- n : classe du système (« nombre d'intégrateurs libres »)
- K : gain
  - $n = 0 \rightarrow$ gain statique
  - $n = 1 \rightarrow$ gain en vitesse
  - $n = 2 \rightarrow$ gain en accélération

Expression de l'écart

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p^n} G(p)} C(p)$$

Formes générales des fonctions de transfert

Expression de la FTBO

On pose :

$$FTBO = \frac{K}{p^n} G(p) \text{ avec } G(0) = 1$$

- n : classe du système (« nombre d'intégrateurs libres »)
- K : gain
  - $n = 0 \rightarrow$ gain statique
  - $n = 1 \rightarrow$ gain en vitesse
  - $n = 2 \rightarrow$ gain en accélération

Expression de l'écart

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p^n} G(p)} C(p)$$

Formes générales des fonctions de transfert

Expression de la FTBO

On pose :

$$FTBO = \frac{K}{p^n} G(p) \text{ avec } G(0) = 1$$

- n : classe du système (« nombre d'intégrateurs libres »)
- K : gain
  - $n = 0 \rightarrow$ gain statique
  - $n = 1 \rightarrow$ gain en vitesse
  - $n = 2 \rightarrow$ gain en accélération

Expression de l'écart

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p^n} G(p)} C(p)$$

Formes générales des fonctions de transfert

Expression de la FTBO

On pose :

$$FTBO = \frac{K}{p^n} G(p) \text{ avec } G(0) = 1$$

- n : classe du système (« nombre d'intégrateurs libres »)
- K : gain
  - $n = 0 \rightarrow$ gain statique
  - $n = 1 \rightarrow$ gain en vitesse
  - $n = 2 \rightarrow$ gain en accélération

Expression de l'écart

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p^n} G(p)} C(p)$$

Formes générales des fonctions de transfert

Expression de la FTBO

On pose :

$$FTBO = \frac{K}{p^n} G(p) \text{ avec } G(0) = 1$$

- n : classe du système (« nombre d'intégrateurs libres »)
- K : gain
  - $n = 0 \rightarrow$ gain statique
  - $n = 1 \rightarrow$ gain en vitesse
  - $n = 2 \rightarrow$ gain en accélération

Expression de l'écart

$$E(p) = \frac{1}{1 + \frac{K}{p^n} G(p)} C(p)$$

Calcul des écart statiques

Typologie des erreurs en fonction de la consigne

- Échelon $\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en position
- Rampe $t\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en vitesse (de traînage)
- Parabole $t^2\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en accélération

Calcul des écart statiques

Calculer les écarts statiques pour les combinaisons de cas suivants :

- systèmes de classe 0 puis 1 ;
- erreurs en position puis en vitesse.

Calcul des écart statiques

Typologie des erreurs en fonction de la consigne

- Échelon $\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en position
- Rampe $t\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en vitesse (de traînage)
- Parabole $t^2\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en accélération

Calcul des écart statiques

Calculer les écarts statiques pour les combinaisons de cas suivants :

- systèmes de classe 0 puis 1 ;
- erreurs en position puis en vitesse.

Calcul des écart statiques

Typologie des erreurs en fonction de la consigne

- Échelon $\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en position
- Rampe $t\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en vitesse (de traînage)
- Parabole $t^2\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en accélération

Calcul des écart statiques

Calculer les écarts statiques pour les combinaisons de cas suivants :

- systèmes de classe 0 puis 1 ;
- erreurs en position puis en vitesse.

Calcul des écart statiques

Typologie des erreurs en fonction de la consigne

- Échelon $\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en position
- Rampe $t\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en vitesse (de traînage)
- Parabole $t^2\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en accélération

Calcul des écart statiques

Calculer les écarts statiques pour les combinaisons de cas suivants :

- systèmes de classe 0 puis 1 ;
- erreurs en position puis en vitesse.

Calcul des écart statiques

Typologie des erreurs en fonction de la consigne

- Échelon $\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en position
- Rampe $t\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en vitesse (de traînage)
- Parabole $t^2\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en accélération

Calcul des écart statiques

Calculer les écarts statiques pour les combinaisons de cas suivants :

- systèmes de classe 0 puis 1 ;
- erreurs en position puis en vitesse.

Calcul des écart statiques

Typologie des erreurs en fonction de la consigne

- Échelon $\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en position
- Rampe $t\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en vitesse (de traînage)
- Parabole $t^2\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en accélération

Calcul des écart statiques

Calculer les écarts statiques pour les combinaisons de cas suivants :

- systèmes de classe 0 puis 1 ;
- erreurs en position puis en vitesse.

Calcul des écart statiques

Typologie des erreurs en fonction de la consigne

- Échelon $\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en position
- Rampe $t\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en vitesse (de traînage)
- Parabole $t^2\,\Gamma(t) \rightarrow$ erreur en accélération

Calcul des écart statiques

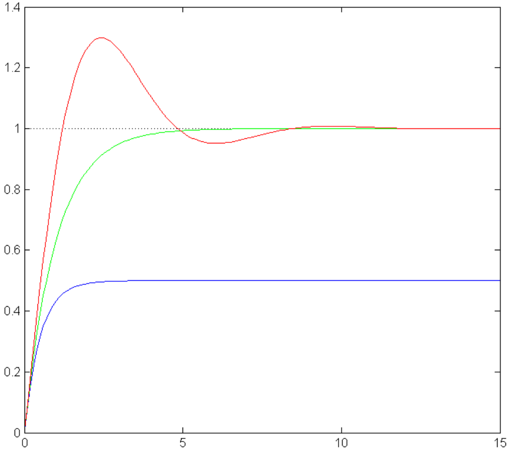
Calculer les écarts statiques pour les combinaisons de cas suivants :

- systèmes de classe 0 puis 1 ;
- erreurs en position puis en vitesse.

Calcul des écart statiques : résultats

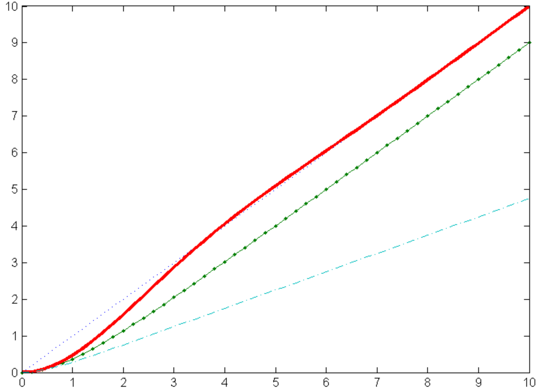
Écarts statiques $\varepsilon(\infty)$	Classe de la FTBO (n)			
	0	1	2	3
Position $[C(p) = {}^1/_p]$	$\frac{1}{1+K}$	0	0	0
Vitesse $[C(p) = {}^1/_{p^2}]$	∞	$\frac{1}{K}$	0	0
Accélération $[C(p) = {}^1/_{p^3}]$	∞	∞	$\frac{1}{K}$	0

Exemple (1) : erreur de position



Systèmes de classe 0, 1 et 2

Exemple (2) : erreur de traînage



Systèmes de classe 0, 1 et 2

Conclusions : compromis précision-stabilité

- Influence du gain
  - (écart fini et non nul) La précision statique du système bouclé s'améliore quand le gain statique de la boucle ouverte augmente
  - Rappel : la stabilité d'un système bouclé tend à diminuer quand le gain augmente
- Influence de la classe : pour avoir un écart permanent nul en régime permanent :
  - au moins un intégrateur dans la FTBO pour une entrée en échelon ;
  - au moins deux intégrateurs dans la FTBO pour une entrée en rampe ;
  - ...

Conclusions : compromis précision-stabilité

- Influence du gain
  - (écart fini et non nul) La précision statique du système bouclé s'améliore quand le gain statique de la boucle ouverte augmente
  - Rappel : la stabilité d'un système bouclé tend à diminuer quand le gain augmente
- Influence de la classe : pour avoir un écart permanent nul en régime permanent :
  - au moins un intégrateur dans la FTBO pour une entrée en échelon ;
  - au moins deux intégrateurs dans la FTBO pour une entrée en rampe ;
  - ...

Conclusions : compromis précision-stabilité

- Influence du gain
  - (écart fini et non nul) La précision statique du système bouclé s'améliore quand le gain statique de la boucle ouverte augmente
  - Rappel : la stabilité d'un système bouclé tend à diminuer quand le gain augmente
- Influence de la classe : pour avoir un écart permanent nul en régime permanent :
  - au moins un intégrateur dans la FTBO pour une entrée en échelon ;
  - au moins deux intégrateurs dans la FTBO pour une entrée en rampe ;
  - ...

Conclusions : compromis précision-stabilité

- Influence du gain
  - (écart fini et non nul) La précision statique du système bouclé s'améliore quand le gain statique de la boucle ouverte augmente
  - Rappel : la stabilité d'un système bouclé tend à diminuer quand le gain augmente
- Influence de la classe : pour avoir un écart permanent nul en régime permanent :
  - au moins un intégrateur dans la FTBO pour une entrée en échelon ;
  - au moins deux intégrateurs dans la FTBO pour une entrée en rampe ;
  - ...

Conclusions : compromis précision-stabilité

- Influence du gain
  - (écart fini et non nul) La précision statique du système bouclé s'améliore quand le gain statique de la boucle ouverte augmente
  - Rappel : la stabilité d'un système bouclé tend à diminuer quand le gain augmente
- Influence de la classe : pour avoir un écart permanent nul en régime permanent :
  - au moins un intégrateur dans la FTBO pour une entrée en échelon ;
  - au moins deux intégrateurs dans la FTBO pour une entrée en rampe ;
  - ...

Conclusions : compromis précision-stabilité

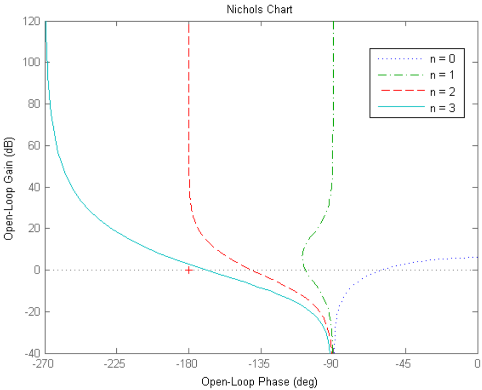
- Influence du gain
  - (écart fini et non nul) La précision statique du système bouclé s'améliore quand le gain statique de la boucle ouverte augmente
  - Rappel : la stabilité d'un système bouclé tend à diminuer quand le gain augmente
- Influence de la classe : pour avoir un écart permanent nul en régime permanent :
  - au moins un intégrateur dans la FTBO pour une entrée en échelon ;
  - au moins deux intégrateurs dans la FTBO pour une entrée en rampe ;
  - ...

Conclusions : compromis précision-stabilité

- Influence du gain
  - (écart fini et non nul) La précision statique du système bouclé s'améliore quand le gain statique de la boucle ouverte augmente
  - Rappel : la stabilité d'un système bouclé tend à diminuer quand le gain augmente
- Influence de la classe : pour avoir un écart permanent nul en régime permanent :
  - au moins un intégrateur dans la FTBO pour une entrée en échelon ;
  - au moins deux intégrateurs dans la FTBO pour une entrée en rampe ;
  - ...

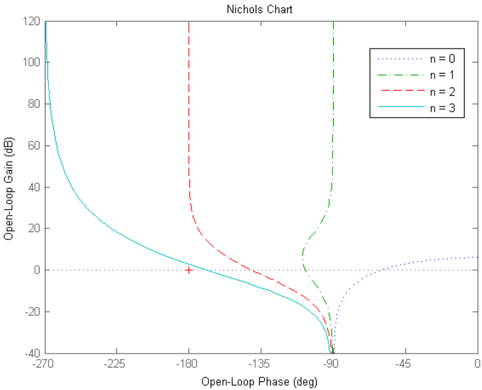
Ajout d'intégrateurs dans la FTBO

- via le processus ou les correcteurs (correcteur proportionnel intégral)
- mais : effet déstabilisateur



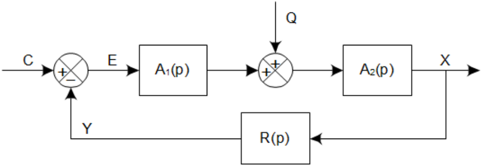
Ajout d'intégrateurs dans la FTBO

- via le processus ou les correcteurs (correcteur proportionnel intégral)
- mais : effet déstabilisateur



Écart statique en régulation

On suppose ici que la perturbation n'est pas nulle :



- Expression de l'écart (retour unitaire) :

$$E(p) = \frac{1}{1 + A_1 A_2} C(p) - \frac{A_2}{1 + A_1 A_2} Q(p)$$

- Application du théorème de superposition : on s'intéresse au cas où $C = 0$ (et on suppose que la perturbation se réduit à un échelon)
- On peut montrer que l'écart permanent n'est nul que si $A_1(p)$ comporte au moins un intégrateur
- Remarque : si on place un intégrateur en aval de la perturbation : aucun effet sur la précision